

ساعات شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱	نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> که در آن <math>a_{ij} = \frac{2i}{j-1}</math> باشد، درایه واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس <math>A</math> برابر است با: .....</p> <p>ب) اگر <math>A = \begin{bmatrix} -2 &amp; 0 &amp; 0 \\ -1 &amp; 4 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \end{bmatrix}</math> باشد، مقدار <math> -A </math> برابر است با .....</p> <p>پ) اگر <math>\vec{i}</math>، <math>\vec{j}</math> و <math>\vec{k}</math> بردارهای یک‌ه در فضای <math>\mathbb{R}^3</math> باشند، حاصل <math>\vec{k} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})</math> برابر است با .....</p>	۱
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.</p> <p>ب) معادله ضمنی <math>x^2 + y^2 + ax + by + c = 0</math> معادله یک دایره است اگر و تنها اگر <math>a^2 + b^2 &lt; 4c</math> باشد.</p> <p>پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک پاره خط می‌شود.</p> <p>ت) اگر برای دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> داشته باشیم: <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b} </math> در این صورت <math>\theta = \frac{\pi}{2}</math> است (زاویه بین دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> است).</p>	۲
۱/۲۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 4 &amp; 1 \\ -1 &amp; 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> باشد، دترمینان ماتریس <math>BA</math> را به دست آورید.</p>	۳
۱/۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 2 \\ -1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> باشد، ماتریس <math>A^v</math> را به دست آورید.</p>	۴
۱/۲۵	<p>اگر ماتریس‌های <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 2 \\ 0 &amp; -1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} a+b &amp; 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; -1 &amp; 4a+b \end{bmatrix}</math> باشند، مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که داشته باشیم: <math>A^2 - B = \vec{O}</math> (<math>\vec{O}</math> ماتریس صفر است)</p>	۵
۱/۲۵	<p>جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.</p> $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	۶
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس: <b>هندسه ۳</b>	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱	ساعت شروع: ۱۰ صبح
رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>	پایه: <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نوبت دی</b> سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۷	نقاط $A, B, C$ در صفحه مفروض اند. نقطه‌ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله و از $C$ به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).	۱/۵
۸	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(2, -2)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ مماس خارج باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $3x + y = 0$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	نقطه $M$ روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. در صورتی که بدانیم مثلث $MFF'$ قائم‌الزاویه است، طول $MF$ را به دست آورید. ( $F$ و $F'$ کانون‌های بیضی هستند).	۱/۵
۱۱	سه‌می $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سه‌می و به شعاع ۳ واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم، معادله دایره را بنویسید و سپس مختصات نقاط برخورد دایره و سه‌می را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	وجه‌های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمتی‌هایی از صفحات به معادلات $x=2, x=0, y=4, y=0, z=3, z=0$ هستند. الف) مختصات نقطه $A$ را مشخص کنید. ب) معادلات مربوط به یال $AD$ و وجه $CDFG$ را بنویسید.	۱/۵
۱۳	بردارهای $\vec{a} = (1, 2, 3)$ و $\vec{b} = (-2, 0, 2)$ مفروض اند: الف) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	اگر $A = (-1, 2, 0)$ و $B = (1, 0, -1)$ و $C = (0, -1, 1)$ سه رأس مثلث $ABC$ باشند، مساحت مثلث $ABC$ را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵
۱۵	اگر بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ باشد، ثابت کنید: $\vec{a} \cdot \vec{a} =  \vec{a} ^2$	۱
۲۰	موفق و سربلند باشید .	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۰/۷۵	الف) ۶ (۰/۲۵)    ب) ۸ - (۰/۲۵)    پ) ۱ (۰/۲۵)		۱
۱	الف) درست (۰/۲۵)    ب) نادرست (۰/۲۵)    پ) درست (۰/۲۵)    ت) نادرست (۰/۲۵)		۲
۱/۲۵	$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 17 & 8 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $ BA  = \underbrace{3(-1 \cdot 0) - 1(-1 \cdot 0) - 1(-2 \cdot 0)}_{(۰/۵)} = 0 \quad (۰/۲۵)$		۳
۱/۵	$A^r = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = -2I \quad (۰/۲۵)$ $A^y = \underbrace{(A^r)^r}_{(۰/۲۵)} \cdot \underbrace{A}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(-2I)^r}_{(۰/۲۵)} \cdot A = -8 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$		۴
۱/۲۵	$A^r = B \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $\begin{cases} a+b=5 \\ 4a+b=5 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۲۵)} a=0, b=5 \quad (۰/۵)$		۵
۱/۲۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(۰/۲۵)}  A  = 13 \neq 0, (۰/۲۵), A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$		۶
« ادامه در صفحه دوم »			

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	<p>مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است، (۰/۲۵) بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط E و D) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵) و اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵) و در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵).</p>	۱/۵
۸	$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9 \rightarrow O' = (-1, 2) \quad (0/25) \quad , \quad r' = 3 \quad (0/25)$ $OO' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \xrightarrow{(0/25)} r + r' = 5 \xrightarrow{(0/25)} r = 2 \quad (0/25)$ $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4 \quad (0/25)$	۱/۵
۹	$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1 \rightarrow O(2, 2) \quad (0/25) \quad , \quad r = 1 \quad (0/25)$ $d = \frac{ 2(2) + 2 }{\sqrt{10}} = \frac{6}{\sqrt{10}} \xrightarrow{(0/5)} d > r \quad (0/25) \quad \text{خط و دایره نقطه برخورد ندارند.}$	۱/۲۵
۱۰	$c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16 \xrightarrow{(0/25)} c = 4 \quad (0/25)$ $MF + MF' = 2a = 10 \rightarrow MF' = 10 - MF \quad (0/25)$ $(MF)^2 + (MF')^2 = (FF')^2 \xrightarrow{(0/25)} (MF)^2 + (10 - MF)^2 = 8^2 \xrightarrow{(0/25)} MF = 5 \pm \sqrt{7} \quad (0/25)$	۱/۵
۱۱	$y^2 = 4(x-1) \rightarrow S(1, 0) \quad (0/25) \quad , \quad a = 1 \quad (0/25) \quad , \quad F(2, 0) \quad (0/25)$ $(x-2)^2 + y^2 = 9 \quad (0/25) \quad , \quad \begin{cases} y^2 = 4x - 4 \\ y^2 = -x^2 + 4x + 5 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} x = \pm 3 \quad (0/25)$ $M(3, 2\sqrt{2}) \quad , \quad M'(3, -2\sqrt{2}) \quad (0/25)$	۱/۲۵
	« ادامه در صفحه سوم »	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۵	$A(0, 4, 3) \quad (0/5)$ $AD: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases} \quad (0/5) \quad CDFG: \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (0/5)$		۱۲ (الف) (ب)
۱/۵	$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}} \vec{b} = \frac{(1, 2, 3) \cdot (-2, 0, 2)}{(-2, 0, 2) \cdot (-2, 0, 2)} (-2, 0, 2) = \frac{-2+6}{4+4} (-2, 0, 2) = (-1, 0, 1) \quad (0/25)$ $2\vec{a} - \vec{b} = 2(1, 2, 3) - (-2, 0, 2) = (4, 4, 4) \quad (0/25), \quad  2\vec{a} - \vec{b}  = \sqrt{16+16+16} = \sqrt{48} \quad (0/25)$		۱۳ (الف) (ب)
۱/۵	$\vec{AB} = (2, -2, -1) \quad (0/25), \quad \vec{AC} = (1, -3, 1) \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2}  \vec{AB} \times \vec{AC}  = \frac{1}{2}  (-5, -3, -4)  = \frac{1}{2} \sqrt{25+9+16} = \frac{1}{2} \sqrt{50}$		۱۴
۱	$\vec{a} \cdot \vec{a} = a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 =  \vec{a} ^2 \quad (0/25)$		۱۵
۲۰	جمع نمره		موفق و سربلند باشید

" مصحح گرامی، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "