

## با سمه تعالی

سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی :	رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳
مدت امتحان: ۱۲۰: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	تاریخ امتحان: ۱۰: صبح	ساعت شروع: ۱۰: صبح
مرکز ارزشیابی و نویسنده کیفیت نظام آموزش و پرورش		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در فوتبال دی ماه سال ۱۴۰۱

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	---	------

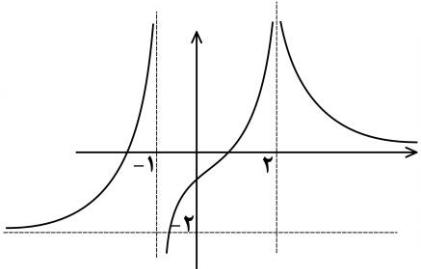
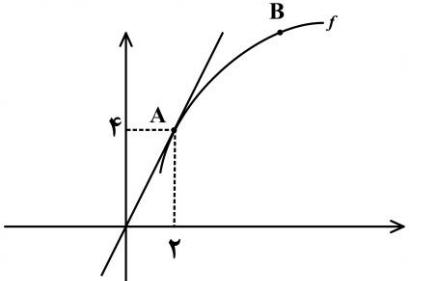
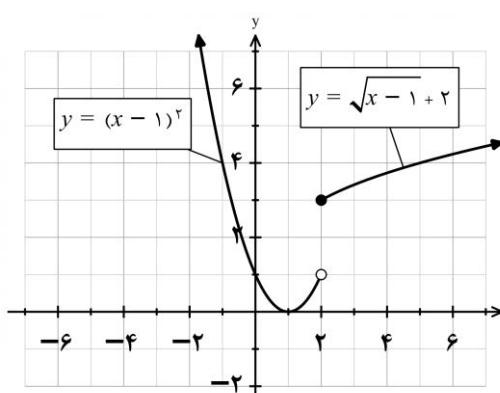
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تابع <math>y = 2x(1 - 3x^2) + 1</math> یک تابع چند جمله‌ای از درجه سوم است.</p> <p>(ب) نمودار تابع <math>y = x^3</math> در بازه <math>(1, +\infty)</math> پایین تراز، نمودار تابع <math>y = x^3</math> است.</p> <p>(پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است.</p> <p>(ت) مقدار عددی عبارت <math>\sin^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ</math> برابر <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math> است.</p>	۱
۰/۵	<p>درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>(الف) اگر <math>f(x) = 2x^3 - 1</math> باشد، حاصل <math>f^{-1}(15)</math> برابر ..... است.</p> <p>(ب) حاصل حد تابع <math>f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}</math> وقتی <math>x \rightarrow +\infty</math> می‌کند برابر ..... است.</p>	۲
۱/۲۵	<p>اگر <math>f(x) = 7 - 4x^2</math> و <math>g(x) = \sqrt{x+3}</math> باشد:</p> <p>(الف) دامنه تابع <math>fog</math> را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>(ب) مقدار <math>(gof)(1)</math> را محاسبه کنید.</p>	۳
۰/۷۵	<p>اگر دامنه تابع <math>y = f(x)</math> برابر <math>[1, 3]</math> و برد آن <math>[0, 2]</math> باشد. دامنه و برد تابع <math>y = f(\frac{x}{3})</math> را بیابید.</p>	۴
۱/۷۵	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>y = a \cos bx + c</math> به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر <math>a</math>, <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید.</p>	۵
۱	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>y = \sin x</math> و خط به معادله <math>y = \frac{1}{2}</math> در دستگاه مختصات زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.</p>	۶

«ادامه سوالات در صفحه دوم»

## با سمه تعالی

نام و نام خانوادگی :	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳	سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳
مدت امتحان: ۱۲۰:۱۴۰۱/۱۰/۰۳	تاریخ امتحان: ۱۰: صبح	ساعت شروع: ۱۰: صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و نظمنی کیفیت نظام آموزش و پرورش			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در فوتبال دی ماه سال ۱۴۰۱

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	---	------

۰/۷۵	 <p>نمودار تابع <math>f</math> به شکل مقابل است حد های زیر را محاسبه کنید.</p> <p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)</math>      (ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)</math>      (پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math></p>	۷
۱	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$ <p>حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p>	۸
۰/۷۵	 <p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر رسم شده است. اگر خط <math>d</math> در نقطه <math>A</math> بر نمودار <math>f</math> مماس باشد:</p> <p>(الف) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}</math> را بیابید.      (ب) شبیه خط های مماس در نقاط <math>A</math> و <math>B</math> را مقایسه کنید.</p>	۹
۱/۵	 <p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 &amp; x \geq 2 \\ (x-1)^2 &amp; x &lt; 2 \end{cases}</math> به صورت مقابل است:</p> <p>(الف) آیا تابع <math>f</math> در نقطه <math>x = 2</math> مشتق پذیر است؟      (ب) آیا تابع در بازه <math>(-\infty, 2)</math> مشتق پذیر است؟ چرا؟      (پ) مشتق راست تابع <math>f</math> در نقطه <math>x = 2</math> را به دست آورید.</p>	۱۰
۱/۵	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>(الف) <math>f(x) = x(x-1)(x+1)</math>      (ب) <math>g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3</math></p>	۱۱
۱/۲۵	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاپ می کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می گیریم.</p> <p>فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله <math>h(t) = -4t^3 + 40t^2 - 4t</math> به دست می آید.</p> <p>(الف) سرعت متوسط در بازه <math>[2, 4]</math> را بیابید.</p> <p>(ب) در چه زمانی سرعت لحظه ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟</p>	۱۲
«ادامه سوالات در صفحه سوم»		

## با سمه تعالی

سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی :	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰: صبح
مرکز ارزشیابی و نظمنی کیفیت نظام آموزش و پرورش		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در فوتبال دی ماه سال ۱۴۰۱

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	---	------

۱۳	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر $b$ و $d$ را بیابید.	۱/۵	
۱۴	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱/۵	
۱۵	اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $(4, 0)$ و مختصات راس $(0, 3)$ باشد: الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید. ب) محیط مثلث $\triangle MFF'$ را بیابید.	۱/۵	
۱۶	معادله گسترده یک دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید.	۱	
۱۷	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟	۱/۵	
۲۰	جمع نمره "موفق باشید"	جمع نمره	

مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم تجربی ۳	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: زیاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در فوبت دی ماه سال ۱۴۰۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	(الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	۱ ۰/۲۵
۲	(الف) ۲ (۰/۲۵) ب) $\frac{2}{3}$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۳	(الف) $D_{fog} = \underbrace{\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}}_{(0/25)} = \underbrace{\{x \in [-3, +\infty) \mid \sqrt{x+3} \in R\}}_{(0/25)} = [-3, +\infty)$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	(ب) $(gof)(1) = g(\underbrace{3}_{(0/25)}) = \sqrt{6}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۵	برد تغییر نمی کند (۰/۲۵)	۱/۷۵
۶	$2T = \frac{7\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = 4\pi$ (۰/۲۵) $\rightarrow T = 2\pi$ (۰/۲۵) $\rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 2\pi$ (۰/۲۵) $\rightarrow b = \pm 1$ (۰/۲۵) $c = \frac{4+(-2)}{2} = 1$ (۰/۲۵) $ a  = \frac{4-(-2)}{2} = 3 \rightarrow a = -3$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۷	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد	۰/۷۵

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم تجربی ۳	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: زیاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در فوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x+1}} = \frac{1}{4} \quad (0/25)$	۱
۹	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2) = 2 \quad (0/5)$	۰/۵
	(ب)	۰/۲۵
۱۰	$m_A > m_B \quad (0/25)$	۰/۲۵
	الف) خیر (۰/۲۵) ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است. (۰/۵)	۰/۵
	$x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۱	$f(x) = x^2 - x \rightarrow f'(x) = 2x - 1 \quad (0/25)$	۰/۵
	$g'(x) = 2 \underbrace{\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)'}_{(0/5)} \underbrace{\left(\frac{2(x+1)-1(2x-1)}{(x+1)^2}\right)}_{(-1/5)}$	۱
	در قسمت الف به سایر روش‌های صحیح نمره تعلق گیرد.	
۱۲	$h(t) = \frac{h(4)-h(2)}{4-2} = \frac{96-64}{2} = 16 \quad (0/5)$ سرعت متوسط (الف)	۰/۷۵
	$h'(t) = -8t + 40 = 16 \quad (0/25) \rightarrow t = 3 \quad (0/25)$	۰/۵
۱۳	$f'(2) = 0 \quad (0/25) \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \quad (0/25) \quad b = -3 \quad (0/25)$ $f(2) = 1 \quad (0/25) \rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \quad (0/25) \quad d = 5 \quad (0/25)$	۱/۵
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم تجربی ۳	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: زیاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در فوتبت دی ماه سال ۱۴۰۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$x - y = 10 \quad (0 / 25)$ $p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x \quad (0 / 25)$ $p' (x) = 2x - 10 = 0 \quad (0 / 5) \rightarrow x = 5 \quad (0 / 25) \quad , \quad y = -5 \quad (0 / 25)$	۱/۵
۱۵	$\begin{cases} b = 3 \quad (0 / 25) \\ c = 4 \quad (0 / 25) \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \quad (0 / 25) \rightarrow 2a = 10 \quad (0 / 25)$ الف)  $\text{محیط} = \underbrace{2a + 2c}_{(0 / 25)} = 18 \quad (0 / 25)$ ب)	۱ ۰/۵
۱۶	$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (-1, -1) \quad (0 / 5) \quad , \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{10} \quad (0 / 5)$	۱
۱۷	$P(A) = P(B_1)P(B_1   A) + P(B_2)P(B_2   A) \quad (0 / 25)$ $P(A) = \underbrace{\frac{5}{11}}_{(0 / 5)} \times \underbrace{\frac{5}{11}}_{(0 / 5)} + \underbrace{\frac{3}{11}}_{(0 / 5)} \times \underbrace{\frac{4}{11}}_{(0 / 5)} = \frac{37}{88} \quad (0 / 25)$ به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.	۱/۵
	«همکاران مصحح: به راه حل های صحیح به تناسب بارم، نمره تعلق گیرد»	۲۰